

トロコイドの 謎にせまる!!!

中央区立 城東小学校 4年

板倉 基成

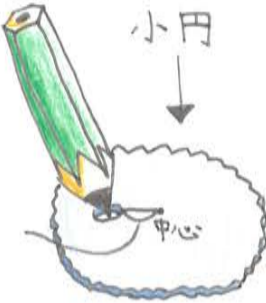
1.研究した理由

夏休み中に、2つの円で絵を描く『トロコイド』で遊ぼうと思った。しかしどこにも売っていなかったため、お父さんにプログラミングで作ってもらった。遊ぶだけではつまらないので、大円、小円の大きさと、絵の形との関係を調べたくなった。

2.予想

プログラムには、大円、小円、描画点の距離の数を打ち込めるようになっていて、適当に数字を入れてみると、複雑な数字を入れた時は複雑な形になり、簡単な数字を入れると簡単な形になるという法則がありそうだと考えた。

描画点の距離



3.実験方法

ウィキペディアで調べたところ、このようなやり方で描かれた絵のことを『トロコイド』といい、大円の内側に小円を入れて描かれた図形は『内トロコイド』ということが分かった。反対に、大円の外側に小円を入れて描かれた図形を、『外トロコイド』という。まずは、大円の大きさを固定して、小円の大きさを小さい順にならべてみて、どのような形になったか比べる。

4.実験①と考察

外トロコイドの実験をした。大円の大きさを『40』に、描画点の距離を『10』に固定して、小円の大きさを、大円の1倍、2倍、3倍、4分の3、4分の2、4分の1、8分の2、8分の1、10分の1と変えながら実験してみた。

その結果、この実験からは小円の数字そのものが簡単かどうかというよりも、小円/大円 という分数を使って実験をしたり、考えたりすると、きれいに整理できることが分かった。

5.実験② 内トロコイドの結果

実験①の結果から、同じように 小円/大円 という分数を使って、内トロコイドを整理しながら調べてみた。

分数	分母+10=奇より	1/2より小さい時: 分子=奇より 1/2以上の時: 分子+2=奇より	分母+2=奇より	分母=奇より	分母×2=奇より
1/2	(20, 10, 2)	(20, 10, 10)	(20, 10, 10)	(20, 10, 20)	(20, 10, 40)
1/3	(30, 10, 3)	(30, 10, 10)	(30, 10, 15)	(30, 10, 30)	(30, 10, 60)
2/3	(30, 20, 3)	(30, 20, 10)	(30, 20, 15)	(30, 20, 30)	(30, 20, 60)
1/4	(40, 10, 4)	(40, 10, 10)	(40, 10, 20)	(40, 10, 40)	(40, 10, 80)
2/4	(40, 20, 4)	(40, 20, 10)	(40, 20, 20)	(40, 20, 40)	(40, 20, 80)
3/4	(40, 30, 4)	(40, 30, 15)	(40, 30, 20)	(40, 30, 40)	(40, 30, 80)
1/5	(50, 10, 5)	(50, 10, 10)	(50, 10, 25)	(50, 10, 50)	(50, 10, 100)
2/5	(50, 20, 5)	(50, 20, 20)	(50, 20, 25)	(50, 20, 50)	(50, 20, 100)
3/5	(50, 30, 5)	(50, 30, 15)	(50, 30, 25)	(50, 30, 50)	(50, 30, 100)
4/5	(50, 40, 5)	(50, 40, 20)	(50, 40, 25)	(50, 40, 50)	(50, 40, 100)

分数	分母+10=奇より	1/2より小さい時: 分子=奇より 1/2以上の時: 分子+2=奇より	分母+2=奇より	分母=奇より	分母×2=奇より
1/6	(60, 10, 6)	(60, 10, 10)	(60, 10, 30)	(60, 10, 60)	(60, 10, 120)
2/6	(60, 20, 6)	(60, 20, 20)	(60, 20, 30)	(60, 20, 60)	(60, 20, 120)
3/6	(60, 30, 6)	(60, 30, 15)	(60, 30, 30)	(60, 30, 60)	(60, 30, 120)
4/6	(60, 40, 6)	(60, 40, 20)	(60, 40, 30)	(60, 40, 60)	(60, 40, 120)
5/6	(60, 50, 6)	(60, 50, 25)	(60, 50, 30)	(60, 50, 60)	(60, 50, 120)
ふくごつな形	(11, 83, 83)	(47, 37, 83)	(77, 53, 97)		

6.実験③ 外トロコイドの結果

実験②と同じような方法で、今度は外トロコイドを整理しながら調べてみた。

分数	分母 + 10 = 寄より	1/2より小さい時: 分子 = 寄より 1/2以上の時: 分子 + 2 = 寄より	分母 + 2 = 寄より	分母 = 寄より	分母 × 2 = 寄より
1/2	(20, 10, 2)	(20, 10, 5)	(20, 10, 10)	(20, 10, 20)	(20, 10, 40)
1/3	(30, 10, 3)	(30, 10, 10)	(30, 10, 15)	(30, 10, 30)	(30, 10, 60)
2/3	(30, 20, 3)	(30, 20, 10)	(30, 20, 15)	(30, 20, 30)	(30, 20, 60)
1/4	(40, 10, 4)	(40, 10, 10)	(40, 10, 20)	(40, 10, 40)	(40, 10, 80)
2/4	(40, 20, 4)	(40, 20, 10)	(40, 20, 20)	(40, 20, 40)	(40, 20, 80)
3/4	(40, 30, 4)	(40, 30, 10)	(40, 30, 20)	(40, 30, 40)	(40, 30, 80)
1/5	(50, 10, 5)	(50, 10, 10)	(50, 10, 20)	(50, 10, 50)	(50, 10, 100)
2/5	(50, 20, 5)	(50, 20, 10)	(50, 20, 20)	(50, 20, 50)	(50, 20, 100)
3/5	(50, 30, 5)	(50, 30, 10)	(50, 30, 20)	(50, 30, 50)	(50, 30, 100)
4/5	(50, 40, 5)	(50, 40, 10)	(50, 40, 20)	(50, 40, 50)	(50, 40, 100)

分数	分母 + 10 = 寄より	1/2より小さい時: 分子 = 寄より 1/2以上の時: 分子 + 2 = 寄より	分母 + 2 = 寄より	分母 = 寄より	分母 × 2 = 寄より
1/6	(60, 10, 6)	(60, 10, 10)	(60, 10, 30)	(60, 10, 60)	(60, 10, 120)
2/6	(60, 20, 6)	(60, 20, 20)	(60, 20, 30)	(60, 20, 60)	(60, 20, 120)
3/6	(60, 30, 6)	(60, 30, 15)	(60, 30, 30)	(60, 30, 60)	(60, 30, 120)
4/6	(60, 40, 6)	(60, 40, 20)	(60, 40, 30)	(60, 40, 60)	(60, 40, 120)
5/6	(60, 50, 6)	(60, 50, 25)	(60, 50, 30)	(60, 50, 60)	(60, 50, 120)
ふくざつな形	(5, 13, 17)	(40, 45, 45)	(74, 11, 133)		

7.実験②③からの考察とまとめ

- ★のように、内トロコイドは、2分の1より同じ数だけ大きい数と、小さい数のかたちを比べると、図形はにているが、順番が逆になっていると考えられる。
- 内トロコイドも外トロコイドも、分数が約分できる数は、同じ図形になる。
- 外トロコイドの、描画点の距離の数が大きくなると、『もこもこ』『はっきりとした角』『一回転する角』という角の形の順になる。
- 『ふくざつ』の列のように、大円、小円、描画点の距離の1以外の最大公約数がなく大きい数は、複雑な形になると考えられる。
- 約分した時の、分母の数だけ、角の数ができると考えられる。

8.分かったこと

小円、大円、描画点の距離が簡単な数字か、ではなく、これらの数字の関係が簡単かどうか、トロコイドの形の簡単さに関係していることが分かった。また、描画点の距離の違いが角の形に大きくえいぎょうしていることが分かった。

9.参考文献

ウィキペディア「トロコイド」：<https://ja.wikipedia.org/wiki/トロコイド>



プログラム (スクラッチ) を使ってトロコイドを描いている様子

内トロコイドを描いている様子 ← (60, 50, 120)

外トロコイドを描いている様子



